

Geoffroy PROST

Nicolas ICARD

Adrien AGNEL-VARIN

Romain VIOLLETTE

Institut Fénelon Grasse

LA DETECTION DES EXO PLANETES

Nos découvertes grâce à l'effet Doppler

Une exo planète est une planète orbitant autour d'une étoile autre que le soleil. Différentes méthodes s'offrent à nous pour détecter les exo planètes avec notamment la méthode des transits, des microlentilles gravitationnelles et des pulsars. La méthode la plus répandue est la méthode basée sur l'effet Doppler-Fizeau qui détermine la vitesse radiale du système observé.

Table des matières

I.	Introduction.....	3
A.	Présentation	3
B.	Historique des Exos Planètes et L'origine de l'Effet Doppler	3
1.	Le système solaire est-il une exception dans l'univers ?.....	3
2.	Qu'est ce qu'une exo-planète	3
3.	En quoi consiste l'effet Doppler ?	4
4.	Le rapport Doppler et les exo planètes	5
5.	Historique des découvertes.....	6
C.	Introduction du sujet.....	7
II.	Présentation de la manipulation	7
A.	Lien : Pourquoi avons-nous choisi les ultrasons et pas la lumière ?	7
B.	Célérité des ondes sonores	8
C.	Montage	8
D.	Fonctionnement du montage.....	9
E.	Explication de la fonction du multiplieur	10
F.	Explication de la fonction du filtre passe-bas.....	11
G.	Variation du champ de détection du récepteur	12
H.	Détermination du meilleur matériau réfléchissant les ultrasons	13
III.	Modélisations et résultats.....	14
A.	Présentation du montage.....	14
B.	Résultats de la maquette.....	15
1.	Variation de l'amplitude et de la période en fonction de la vitesse de rotation du mobile .	15
2.	Variation de l'inclinaison du plan de rotation du mobile	16
3.	Vecteur vitesse	17
C.	Exploitation de la Vitesse Radiale.....	20
1.	La Vitesse radiale.....	20
2.	Méthode.....	21
3.	Données.....	21
4.	Principe d'exploitation (application littéral).....	21
5.	Application numérique sur 51 Pegasi.....	23
6.	Application numérique sur HD 37605	25
IV.	Conclusion	27
V.	À Propos	27
A.	Liste du matériel.....	27
B.	Sources	27

I. Introduction

A. Présentation

Avant toute chose, il est normal de préciser pourquoi nous avons souhaité participer à ce projet des Olympiades de physique.

Lorsque que l'on nous a proposé de participer à un tel concours ceci nous a immédiatement intéressés. Il est vrai que l'idée de pouvoir pratiquer de la physique en groupe et entre amis en dehors du cadre scolaire nous a paru une idée très prometteuse. C'est donc pour ces raisons que nous sommes ici aujourd'hui. Après de nombreuses réunions entre nous et le professeur, du travail personnel et collectif nous avons fini par terminer notre projet qui ne fut pas de tout repos et dans lequel plusieurs problèmes se sont mis en travers de notre chemin. Mais nous avons fait notre maximum et nous avons le plaisir de vous présenter notre projet dans les pages qui suivent.

B. Historique des Exos Planètes et L'origine de l'Effet Doppler

Dès le III^{ème} siècle avant notre ère, le philosophe grec Epicure affirme qu'il existe un nombre infini de mondes. *« Epicure à Hérodate, salut. L'univers est infini. Les mondes, de même, sont en nombre infini, aussi bien ceux qui ressemblent au notre que ceux qui en diffèrent. En effet, les atomes étant en nombre infini, comme il vient d'être démontré, ils sont aussi emportés extrêmement loin. Car ces atomes qui donnent naissance à un monde, ou qui le constituent ne sont pas épuisés par la formation d'un seul monde ou de plusieurs en nombre fini, ni par tous ceux qui se ressemblent, ni par tous ceux qui diffèrent de ces derniers. Rien, par conséquent, ne s'oppose à l'existence d'une infinité de mondes. »* Epicure (-350,-270), Lettre à Hérodate (traduction Maurice Solovine).

1. Le système solaire est-il une exception dans l'univers ?

Depuis des milliers d'années les Hommes se posent cette question, de savoir si d'autres mondes existent. Les Hommes, de tout temps, ont pensé à divers théories prétendant l'existence d'autres planètes en dehors du système solaire. Or ces théories, sorties de l'imagination que les Hommes avaient de l'espace d'après les observations sur le système solaire, ne pouvait pas encore être prouvées et étaient plus ou moins juste. Mais détecter une exo planète n'est pas une chose aisée, en effet, il faut attendre l'introduction de nouveaux matériels technologiques, dans les années 1990, pour pouvoir observer plus précisément le comportement de certains astres et en déduire des informations tels que leurs masse, composition chimique, vitesse de déplacement et de rotation autour d'une étoile par exemple.

2. Qu'est ce qu'une exo-planète

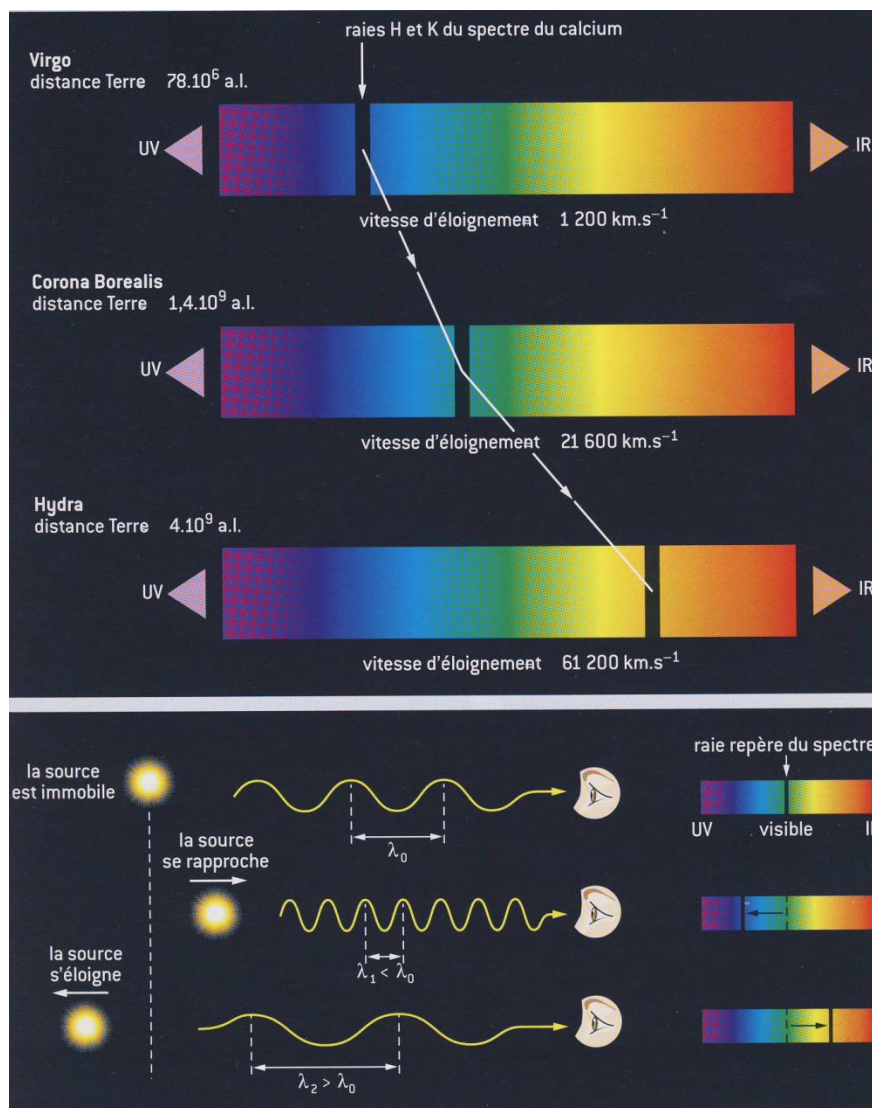
Une exo planète est une planète tournant autour d'une étoile autre que le soleil. Pour l'instant, le problème principal est la définition exacte d'une planète, en effet, une étoile est une boule de gaz ayant des réactions de fusion nucléaire en son centre. Les planètes n'ont pas une masse suffisante pour avoir des réactions nucléaires. Mais certains objets sont à la

limite entre planètes et étoiles : les naines brunes, ces objets sont actifs, comme les étoiles, mais ils tirent leur énergie de leur lente contraction. Quelle est la limite entre exo planètes et naines brunes ? On a posé 13 mj (masses de Jupiter) mais ce nombre est très débattu. De plus, certains pensent que l'on ne devrait pas définir une exo planète seulement par rapport à sa masse mais aussi par rapport à son mode de formation, ou de sa position...

3. En quoi consiste l'effet Doppler ?

L'effet Doppler décale vers le bleu la lumière des astres qui s'approchent de nous, et vers le rouge la lumière que nous recevons des astres qui s'éloignent de nous. C'est ainsi que les astronomes, constatant que toutes les galaxies lointaines semblent s'éloigner de notre galaxie, ont découvert l'expansion de l'Univers. Plus près de nous, il est facile d'observer la version sonore de l'effet Doppler. Il suffit d'écouter le son émis par une moto ou une ambulance qui passe devant nous. Le son, d'abord aigu quand la moto s'approche, est plus grave quand elle s'éloigne de nous. La fréquence des ondes sonores est donc plus basse pour un objet qui s'éloigne de nous, ce qui implique que la longueur d'onde, qui est proportionnelle à l'inverse de la fréquence, est plus grande. Il en est de même avec les ondes lumineuses: la longueur d'onde de la lumière reçue d'un astre qui s'éloigne de nous est plus grande par rapport à celle d'un objet au repos. Elle est donc décalée vers le rouge.

Si un objet se déplace par rapport à l'observateur, les raies de son spectre sont décalées par rapport à leur position initiale. Si l'objet s'éloigne, sa longueur d'onde augmente, c'est à dire que le son est plus grave dans le domaine audio ou encore que la lumière est plus rouge pour le domaine visuel. À l'inverse, si l'objet s'approche, sa longueur d'onde diminue, c'est dire que le son devient plus aigu dans le domaine audio ou que la lumière se rapproche du violet pour le domaine visuel.



4. Le rapport Doppler et les exo planètes

La méthode qui a rencontré le plus grand succès dans la recherche d'exo planètes est celle de la méthode des vitesses radiales, qui s'appuie sur les perturbations d'une planète sur le mouvement de son étoile. En effet, tout comme l'étoile exerce une force d'attraction gravitationnelle sur la planète, cette dernière produit une force égale et opposée sur l'étoile. L'étoile et la planète tourne autour d'un centre de gravité, l'étoile aura donc un mouvement de rotation autour de ce barycentre. Bien évidemment, l'étoile est beaucoup plus massive que la planète et l'effet de cette force réciproque est donc extrêmement faible. Mais il peut néanmoins être détecté dans certaines conditions.

Les variations de position de l'étoile sous l'effet de cette perturbation planétaire sont très faibles et trop difficiles à détecter à l'heure actuelle (ex : l'effet de Jupiter sur le soleil ou de la Terre). La méthode de la vitesse radiale cherche donc à mesurer des petites variations de vitesse. Un moyen très efficace pour cela est d'utiliser l'effet Doppler.

En effet, les variations de vitesse de l'étoile le long de notre ligne de visée se traduisent, grâce à l'effet Doppler, par de légers déplacements en longueur d'onde des raies du spectre

apparent de l'étoile. Il suffit donc en théorie d'identifier certaines raies de ce spectre et d'observer les faibles changements de leur longueur d'onde avec le temps pour en déduire la présence d'une perturbation gravitationnelle par autre corps.

Evidemment ces fluctuations sont toujours très faibles et ne sont généralement détectables que lorsque la planète produit d'importantes perturbations gravitationnelles. Ceci limite généralement la méthode de la vitesse radiale aux planètes les plus massives, de type géante gazeuse comme Jupiter, et plus proches de leur étoile que Mercure de notre Soleil. Lorsque ces conditions sont réunies, des observations spectroscopiques très précises peuvent révéler la planète et fournir approximativement sa masse et des informations sur son orbite. Actuellement les techniques spectrographiques (HARPS ou SOPHIE) devraient approcher une précision de 1 à 2 $m.s^{-1}$.

5. Historique des découvertes

Au cours du XXe siècle, grâce aux progrès technologiques des télescopes, tels que les détecteurs à couplage de charge (CCD), le traitement d'image, ainsi que le télescope spatial Hubble, qui permettent des mesures plus précises du mouvement des étoiles, beaucoup d'astronomes espéraient détecter des planètes extrasolaires. Dans les années 1980 et au début des années 1990, quelques annonces sont faites, reprises dans les médias, puis, après vérifications (cela peut prendre des mois, des années), finalement démenties (c'est la force de la méthode scientifique). La communauté astronomique se désespère, et certains en concluent déjà que le système solaire ne serait peut-être qu'une singularité... Il faut attendre l'année 1995 pour que la découverte de la première exo planète soit confirmée.

La découverte de la première planète extrasolaire a été annoncée le 6 octobre 1995 par Michel Mayor et Didier Queloz (de l'observatoire de Genève), d'après des observations qu'ils ont réalisées à l'observatoire de Haute-Provence grâce à la méthode des vitesses radiales. L'étoile hôte est 51 Pegasi, dans la constellation de Pégase, à environ 40 années-lumière de la Terre.

Depuis lors, plus de 200 planètes ont été détectées, dont beaucoup par une équipe menée par Geoffrey Marcy de l'université de Californie à Berkeley.

Plus de la moitié ont été découvertes à l'UNIGE (Université de Genève) par des équipes internationales.

Le premier système où l'on a détecté plusieurs planètes était Upsilon Andromedae, dans la constellation d'Andromède. Le deuxième fut 55 Cancri. Ce dernier est le plus grand système planétaire connu à ce jour (hormis le nôtre) car il contient au moins cinq planètes.

La majorité des planètes détectées pour l'instant sont des géantes gazeuses ayant une orbite très excentrique, certaines se sont finalement révélées être des naines brunes. Le fait de découvrir essentiellement des géantes gazeuses proches de leur étoile est généralement interprété comme un biais de l'observation : il est beaucoup plus simple de découvrir une

planète massive tournant rapidement autour de son étoile par la méthode de la vitesse radiale qui détecte la planète en interpolant sa présence par les fluctuations de la trajectoire de l'étoile.

Au premier semestre 2005, une polémique a agité le monde astronomique. Des équipes de la Nasa et de l'ESO ont annoncé des découvertes grâce au VLT et au télescope spatial Spitzer. Finalement, il semble que l'Europe a bien obtenu les premières images directes de planètes extrasolaires. En l'occurrence, elles orbitent autour de la naine brune GPCC-2M1207 et de l'étoile GQ Lupi. Celà dit, le compagnon de GQ Lupi est probablement une naine brune.h

C. Introduction du sujet

Après avoir entendu dans la presse la découverte d'une planète en juillet dernier avec un comportement proche de celui de la Terre, nous avons eu envie d'en savoir plus, mais c'est surtout le désir de détecter la présence de vie sur d'autres planètes qui nous a poussé à approfondir le sujet.

Nous savons qu'il existe actuellement 260 planètes connues dans l'univers et que l'on en découvre chaque jour un peu plus.

Suite a de nombreuses recherches nous avons constate que l'effet Doppler occupe une place fondamentale dans l'astronomie notamment pour la détermination des distances des objets éloignés grâce a la loi de Hubble (proportionnalité entre la distance et la vitesse d'éloignement). Donc c'est une technique très utilisée, non seulement en astronomie mais aussi dans notre vie quotidienne (médecine, radar...)

II. Présentation de la manipulation

A. Lien : Pourquoi avons-nous choisi les ultrasons et pas la lumière ?

Nous savons qu'à l'échelle de l'espace nous faisons des mesures de l'effet doppler par le biais de l'analyse de la lumière que nous recevons des astres. Alors pourquoi ne pas utiliser la lumière dans notre cas. Et bien tout simplement car ceci est pratiquement impossible. La lumière se propage a une vitesse qui est de environ de 300 000 km/s dans le vide.

La longueur d'onde λ est reliée à la fréquence par le rapport suivant :

$$\lambda = \frac{c}{f} \text{ on démontre que } \frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$$

La relation de l'effet Doppler-Fizeau est donnée par : $\frac{\Delta f}{f} = \frac{v}{c}$.

En considérant la résolution limite d'un spectromètre amateur LHIRES III, $R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = 17\,000$, on en déduit la vitesse de déplacement de l'objet.

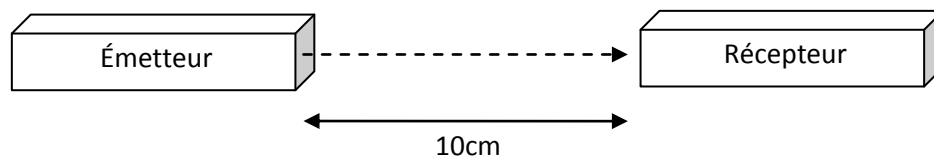
$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{1}{R} \quad v = \frac{c}{R} = \frac{300000}{17000} = 17 \text{ km/s} = 61\,200 \text{ km/h}$$

Par conclusion notre réflecteur devrait se déplacer à cette vitesse: Alors comment serait-il possible à notre échelle et dans un laboratoire de pouvoir mesurer une très faible variation de notre fréquence a une telle vitesse ; ce n'est pas faisable.

C'est pour cela que nous avons donc choisis les ondes sonores beaucoup plus accessibles dans notre cas pour le fait de leur vitesse de propagation qui est moins importante : environ 330 m/s (voir calcul page annexe).

B. Célérité des ondes sonores

Grâce à un émetteur d'ultrason et un récepteur, et un oscilloscope nous avons pu grâce à la lecture de celui-ci mettre en évidence la vitesse de propagation des ondes.

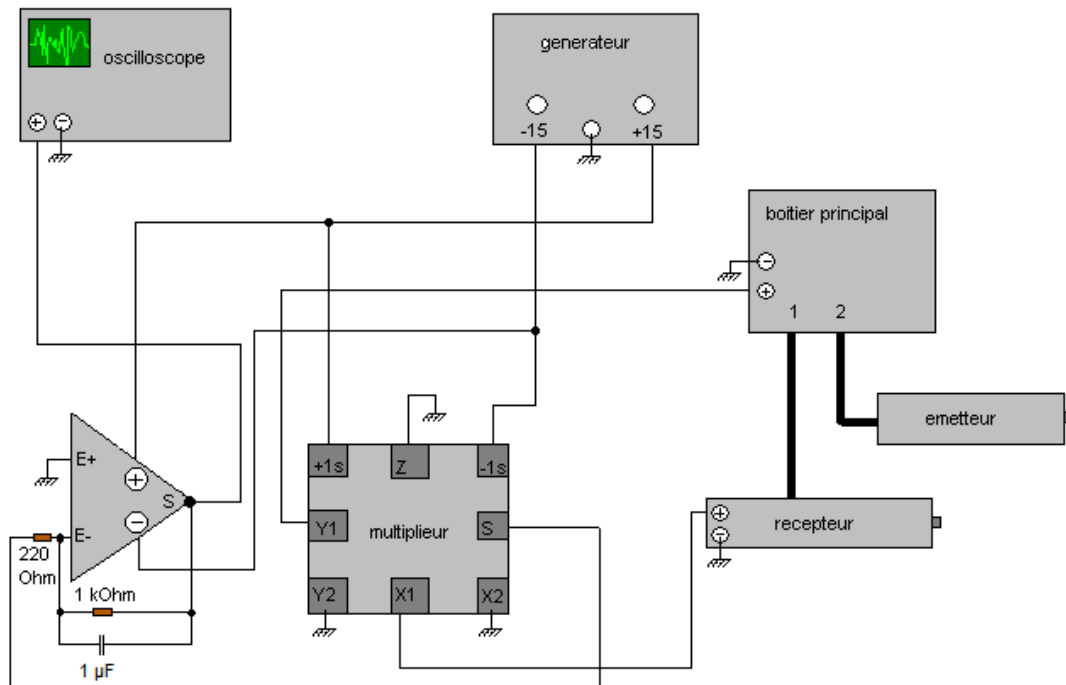


Temps par division sur oscilloscope = 3ms

$$V = \frac{d}{t} = \frac{10}{3} \approx 3,33 \text{ cm. ms}^{-1} \approx 330 \text{ m. s}^{-1}$$

C. Montage

Pour mesurer le décalage doppler, nous avons réalisé le montage suivant :



Voici le montage qu'on a utilisé durant nos expériences

D. Fonctionnement du montage

L'émetteur d'ultrasons de fréquence $f = 40 \text{ kHz}$ envoie ses ondes sur un réflecteur en métal qui lui est animé d'une vitesse V , qui renvoie les ondes sur le récepteur accolé à même l'émetteur. L'onde reçue par le récepteur a une fréquence $f + \Delta f$ légèrement supérieure à f .

Grâce au multiplieur (voir [multiplieur](#)) on obtient le calcul suivant:

$$U_1 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t) \times U_2 \cdot \cos[2\pi(f + \Delta f)t] = \frac{U_1 + U_2}{2} \{ \cos(2\pi \cdot \Delta f t) + \cos[2\pi(2f + \Delta f)t] \}$$

On obtient ainsi la somme de deux tensions: l'une de fréquence $2f + \Delta f$ et l'autre de fréquence Δf

Un filtre passe bas supprime la tension de fréquence $2f + \Delta f$.

La tension de fréquence Doppler Δf , seule obtenue en sortie, est enregistrée par l'interface d'un ordinateur ou par un oscilloscope à mémoire.

La mesure de Δf permet d'en déduire la vitesse du mobile.

D'après la relation :

$$\frac{2 \text{ vitesse du mobile } (V)}{\text{célérité onde sonore } (c)} = \frac{\text{fréquence Doppler } (\Delta f)}{\text{fréquence d'émission } (f)}$$

Ici la vitesse du mobile est doublée car l'onde part de l'émetteur faire un aller-retour sur le mobile pour revenir sur le récepteur placé à coté de l'émetteur. Il y a donc 2 effets Doppler (l'un pour l'aller, l'autre pour le retour).

$$\text{vitesse du mobile } (V) = \frac{\text{fréquence Doppler } (\Delta f) \times \text{célérité onde sonore } (c)}{2 \times \text{fréquence d'émission } (f)}$$

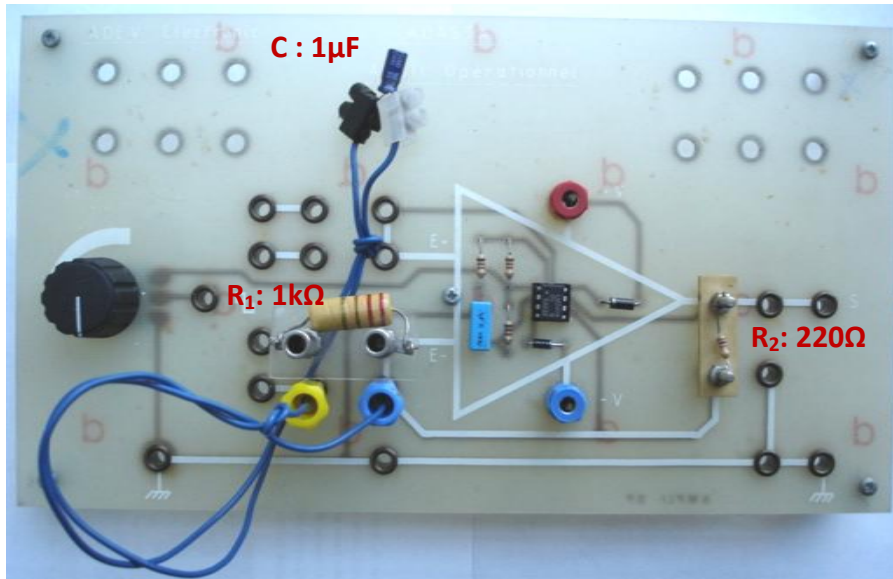
Détermination de Δf pour un solide en déplacement à $V = 7.10^{-1} \text{ m.s}^{-1}$

On a la célérité $c \approx 330 \text{ m.s}^{-1}$, $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{85 \times 2\pi}{60} = 8.9 \text{ rad.s}^{-1}$, 85 tours/min et rayon $R = 8 \text{ cm}$.

$$V = \omega \cdot R = 8.9 \times 0.08 = 7.1.10^{-1} \text{ m.s}^{-1}$$

Sachant que la fréquence des ultra-sons est de 40 kHz

$$\text{On a } \Delta f = \frac{v \times f}{c} = \frac{7.1.10^{-1} \times 40.10^3}{330} = 86.06 \text{ Hz}$$



Plaque de connexion pour filtre passe-bas

E. Explication de la fonction du multiplieur

Toujours dans notre même montage, nous avons besoin de mettre un multiplieur. Toujours sur le même principe des fréquences et de notre calcul des tensions :

$$U_1 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t) \times U_2 \cdot \cos[2\pi(f + \Delta f)t] = \frac{U_1 + U_2}{2} \{ \cos(2\pi \cdot \Delta f t) + \cos[2\pi(2f + \Delta f)t] \}$$

Un multiplieur permet d'obtenir le produit de la tension aux bornes de l'émetteur: $U_1 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t)$, et celle aux bornes du récepteur: $U_2 \cdot \cos[2\pi(f + \Delta f)t]$.

Notre multiplieur multiplie donc les signaux. Il fait le calcul.

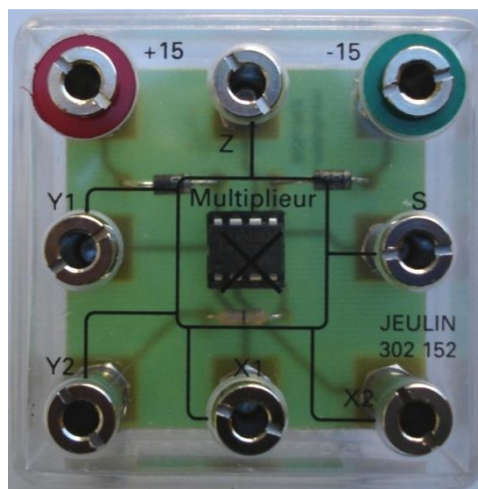


Photo du boitier multiplieur

F. Explication de la fonction du filtre passe-bas

Un filtre passe-bas est un filtre qui laisse passer les basses fréquences et qui atténue les hautes fréquences supérieures à la fréquence de coupure.

Le concept de filtre passe-bas est une transformation mathématique appliquée à des données (un signal).

Cette transformation a pour fonction d'atténuer les fréquences supérieures à la fréquence de coupure f_c et ce, dans le but de conserver uniquement les basses fréquences. La fréquence de coupure du filtre est la fréquence séparant les deux modes de fonctionnement idéaux du filtre : passant ou bloquant.

Pour nos mesures nous avons utilisés un filtre passe-bas avec un circuit actif. Cette option a pour but d'ajouter du gain au signal de sortie.

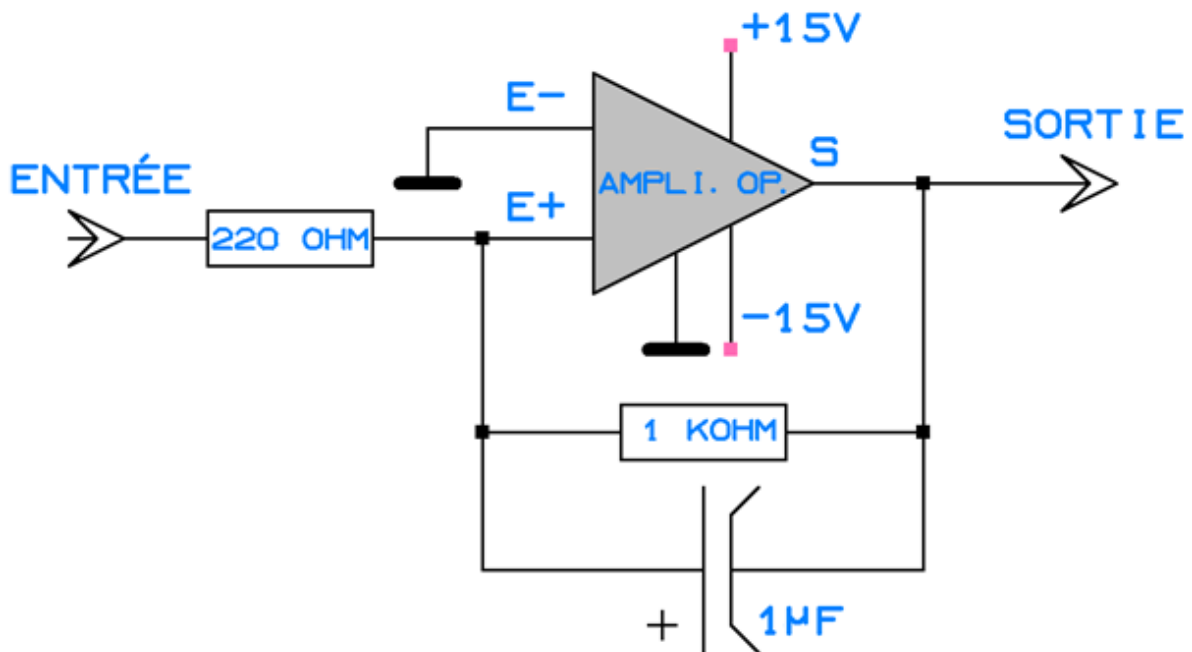
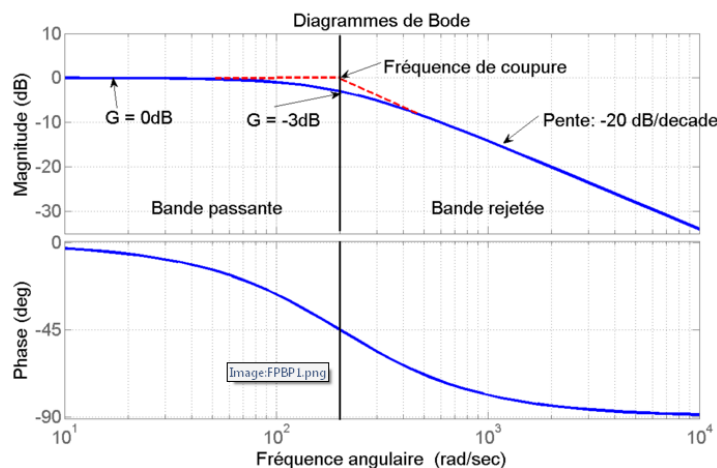


Schéma du filtre passe-bas

Le filtre passe-bas est constitué d'un amplificateur opérationnel, de deux résistances (R_1 et R_2) et d'un condensateur. La résistance R_1 a une valeur de 220Ω et R_2 de $1k\Omega$. Quant au condensateur, il a une valeur de $1\mu F$.

Dans notre cas, au niveau de la fréquence de coupure on obtient du côté de la bande passante, les basses fréquences alors que du côté de la bande rejetée, on obtient les hautes fréquences.



Modélisation de la fréquence de coupure

Dans la configuration de notre montage, la fréquence de coupure se définit par :

$$f_C = \frac{1}{2\pi R_2 C} \quad \text{Ou} \quad \omega_C = \frac{1}{R_2 C}$$

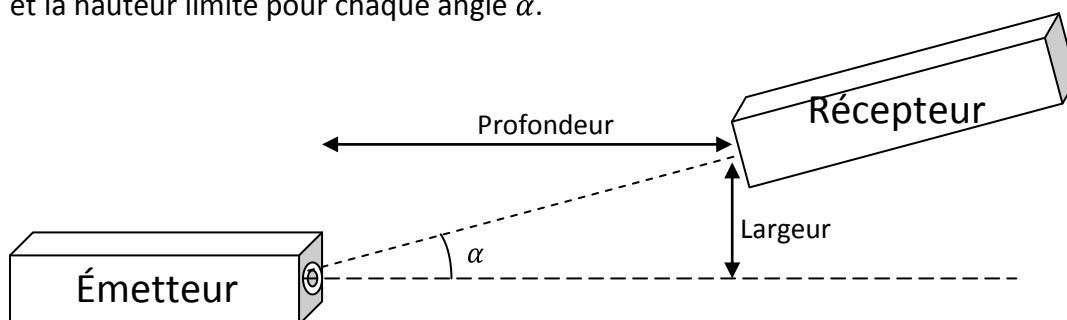
Ce qui donne :

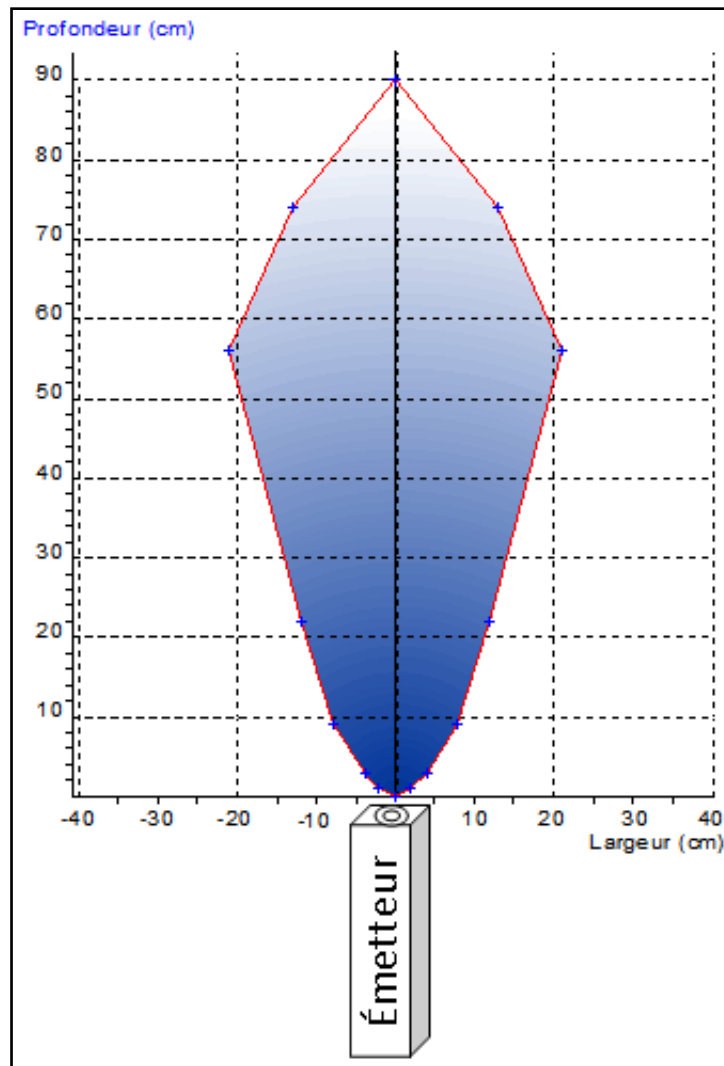
$$f_C = \frac{1}{2\pi \times 1 \cdot 10^3 \times 1 \cdot 10^{-6}} = 160 \text{ Hz}$$

G. Variation du champ de détection du récepteur

Nous avons effectué ce montage dans le but de savoir quelle était la zone d'action de l'émetteur d'ultrason afin de dimensionner la maquette.

Nous avons déplacé le récepteur dans un même plan en prenant un angle α allant de 0° à 60° par tranche de 10° . Ensuite nous avons positionné le récepteur de manière à ce qu'il puisse capter convenablement les ondes ultrasonores et nous en avons déduit la profondeur et la hauteur limite pour chaque angle α .



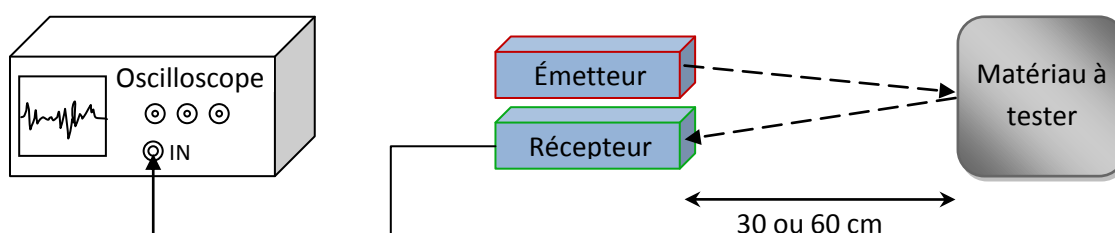


La zone en dégradé bleu vers blanc correspond à la zone d'action de l'émetteur. Le bleu foncé représente une amplitude forte tandis que le bleu clair signifie une amplitude plus faible. Le blanc correspond à la zone où le récepteur ne capte plus ou trop faiblement les ondes.

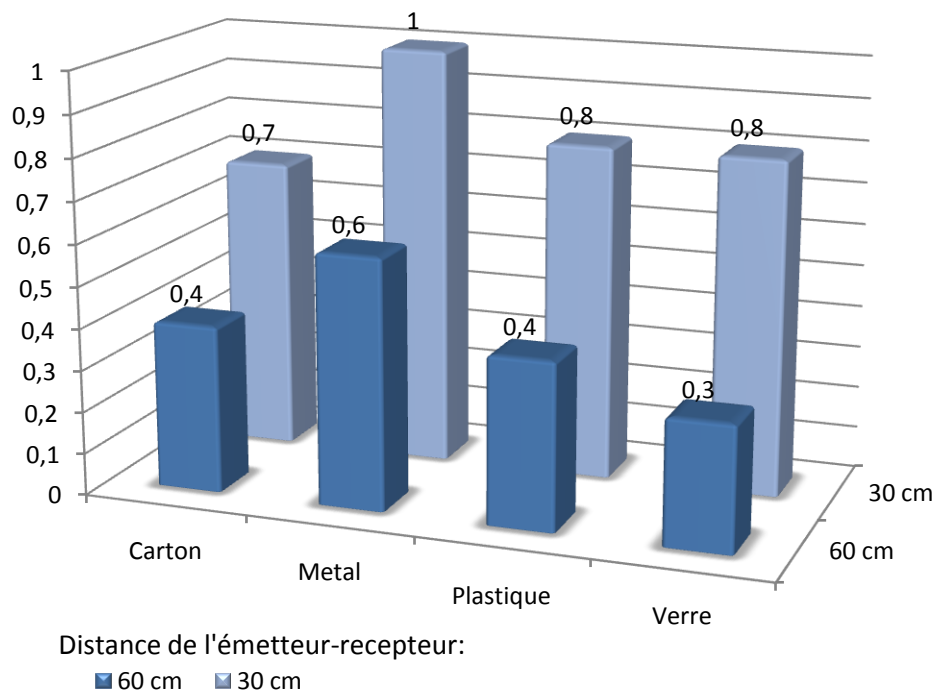
H. Détermination du meilleur matériau réfléchissant les ultrasons

Nous avons cherché à savoir quel était le matériau qui avait le plus grand indice de réflexion pour les ultrasons.

Nous avons d'abord établi une liste de matériaux courants tels que le carton, le métal, le plastique et le verre. Ensuite nous avons fait le montage suivant :



Nous avons pu alors établir le diagramme de la réflexion du matériau en fonction de la distance de l'émetteur-récepteur :

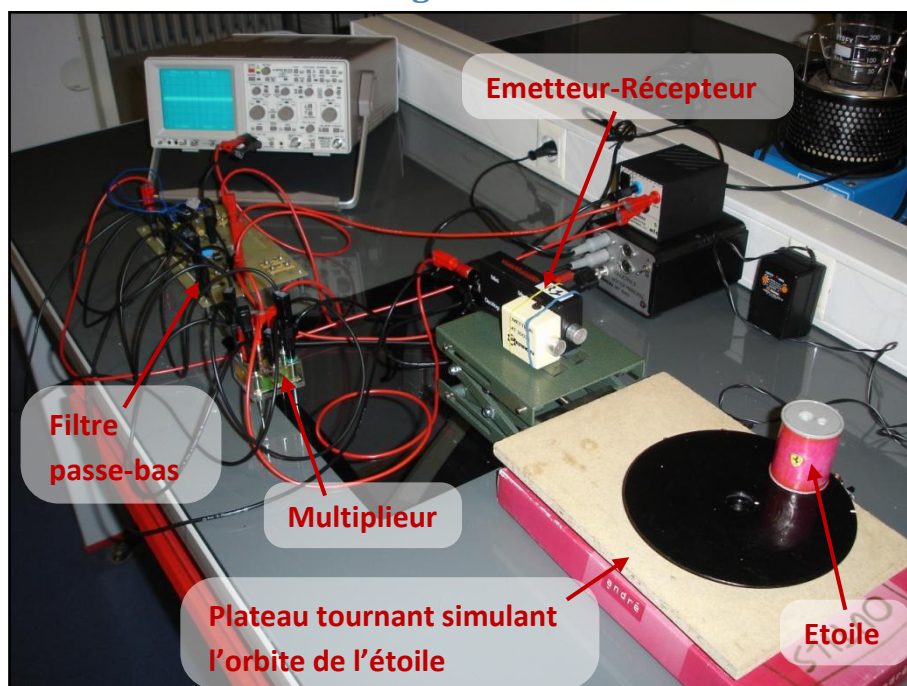


Nous voyons ici que le métal offre le meilleur indice de réflexion de tous les matériaux testés.

C'est ce matériau que l'on va utiliser comme réflecteur d'ultrason pour nos expériences.

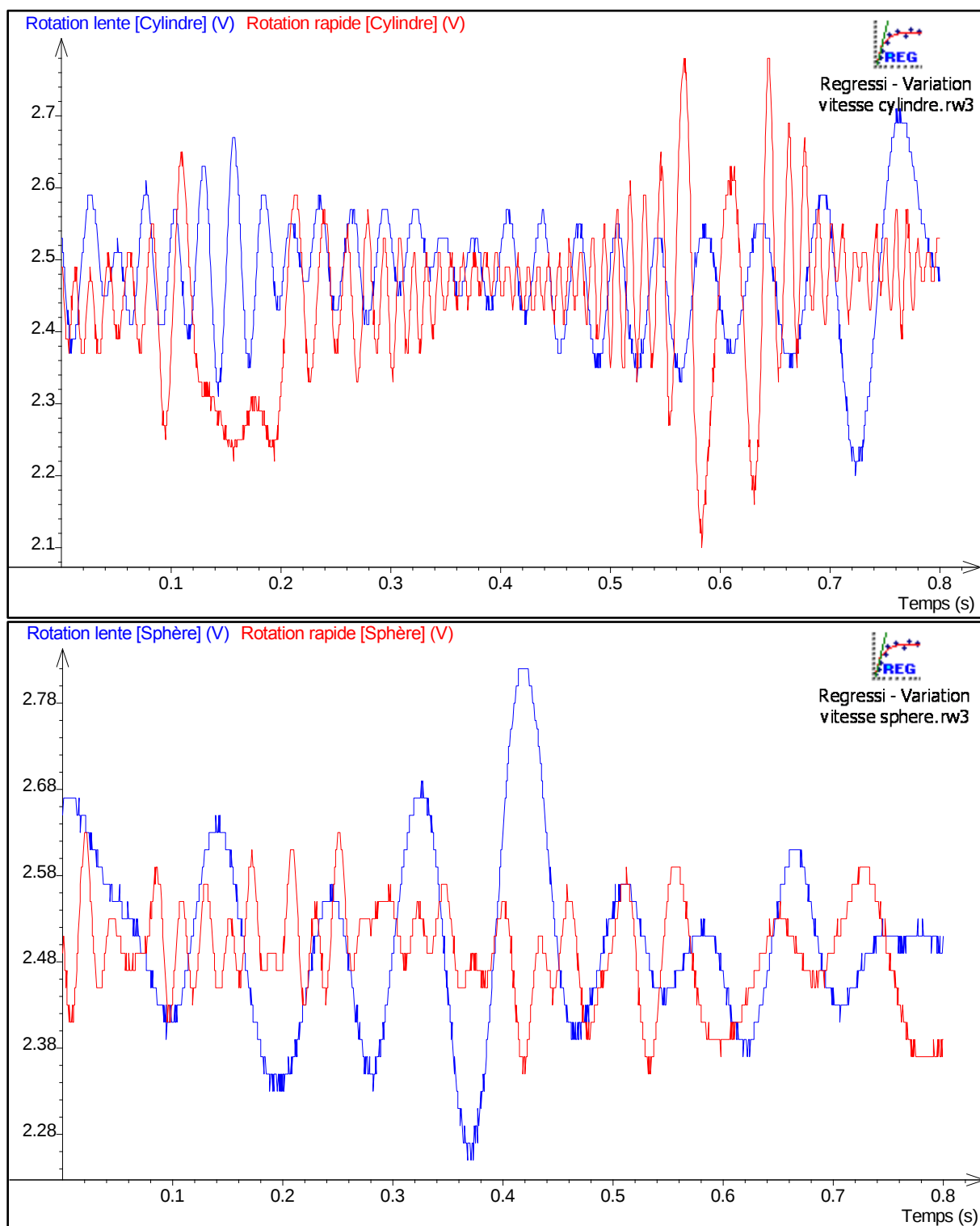
III. Modélisations et résultats

A. Présentation du montage



B. Résultats de la maquette

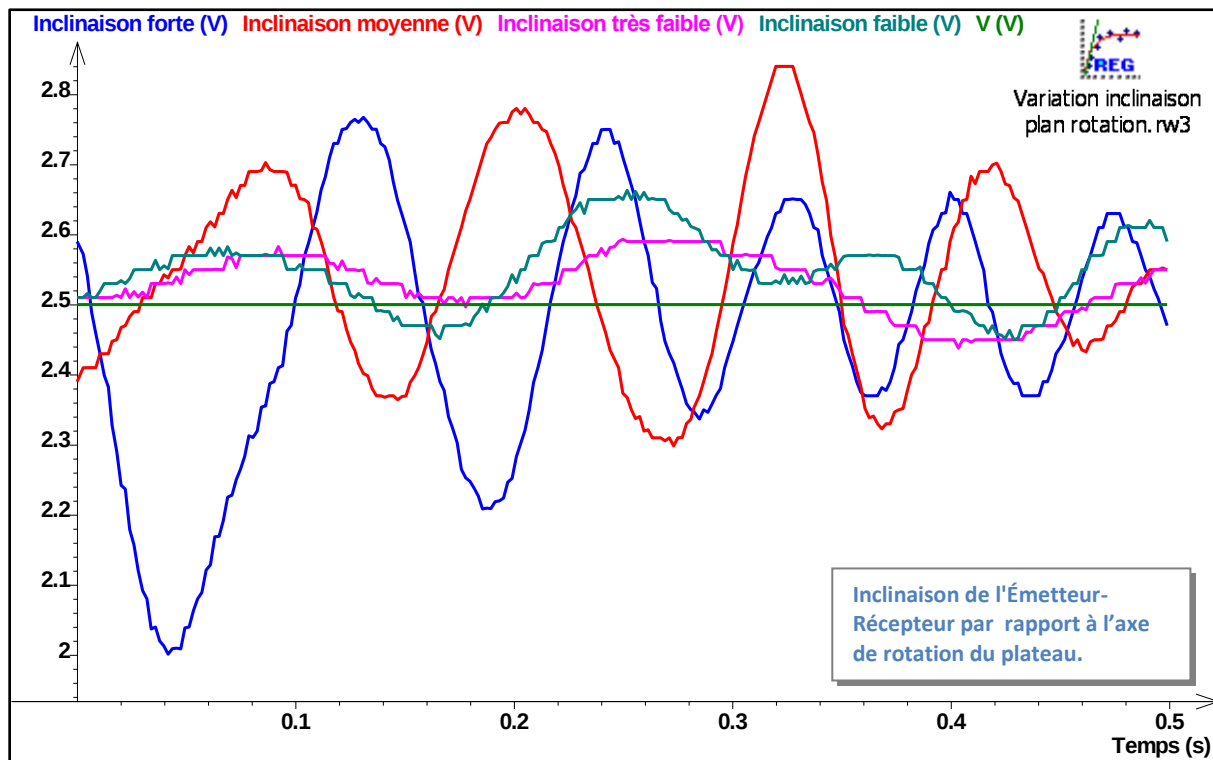
1. Variation de l'amplitude et de la période en fonction de la vitesse de rotation du mobile



Rotation d'un cylindre (taille-crayon en métal) et d'une sphère (balle de tennis recouverte de papier aluminium)

Nous pouvons constater une différence de période importante entre la rotation lente et la rotation rapide. En effet, lorsque le cylindre ou la sphère tourne plus rapidement, la période de l'onde diminue. Ainsi, plus l'objet est éloigné, plus l'amplitude du signal reçue est faible.

2. Variation de l'inclinaison du plan de rotation du mobile



Principe du montage :

Une sphère est mise en rotation sur le plateau à une vitesse constante. Un couple d'émetteur-récepteur (E-R) est placé à une distance identique pour les 3 premières mesures du centre de rotation du plateau. Quatre mesures sont effectuées en fonction du temps sur $\frac{1}{2}$ seconde :

- **1^{ère} mesure** avec le couple E-R placé à **90°** par rapport à l'axe de rotation du plateau (=dans le plan de rotation du plateau).
- **2^{nde} mesure** avec le couple E-R incliné à **70°** environ par rapport à l'axe de rotation du plateau.
- **3^{ème} mesure** avec le couple E-R incliné à environ **10°** par rapport à l'axe de rotation du plateau (la distance entre l'E-R et la sphère est plus importante que pour les autres mesures, c'est pour cela que l'amplitude est plus grande).
- **4^{ème} mesure** avec le couple E-R incliné à environ **30°** par rapport à l'axe de rotation du plateau.
- **5^{ème} mesure** avec le couple E-R placé **dans l'axe de rotation** du plateau.

Interprétation :

Nous pouvons observer sur le graphique ci-dessus que l'amplitude et la période changent en fonction de l'angle d'inclinaison.

Dans ce montage, la variation de l'amplitude est seulement due à la distance entre l'E-R et la sphère qui n'était pas toujours la même. Mais cette variation importe peu car ici, c'est la période qui nous intéresse. En effet nous pouvons constater que la période est à son minimum quand l'E-R forme un angle de 90° avec l'axe de rotation. À l'inverse, lorsque l'E-R est exactement dans l'axe de rotation, la période est infinie, donc une vitesse radiale nulle.

3. Vecteur vitesse**a) Projections vecteur vitesse**

La relation liant la vitesse linéaire et la vitesse angulaire est donnée par $V = R\omega$

$\theta = \omega t$ avec ω la pulsation en rad.s^{-1} et t en s

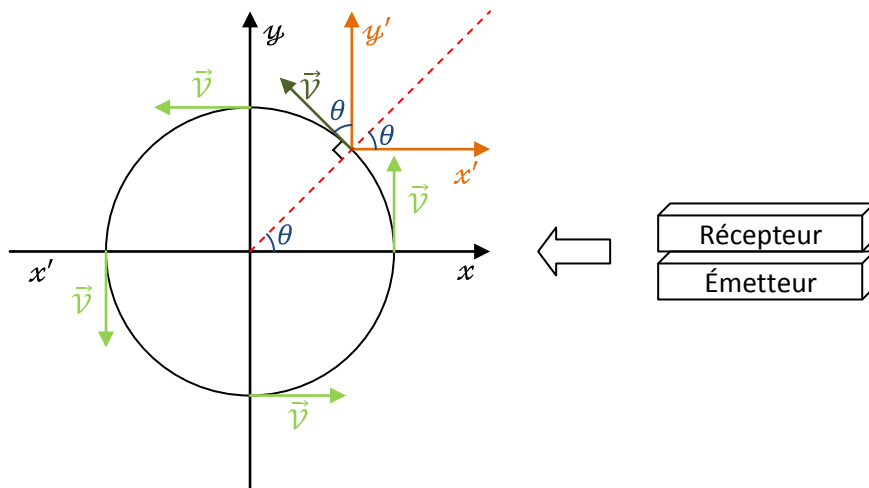
$$\bar{V}_x = -\sin \theta \cdot V = -V \sin. \omega t$$

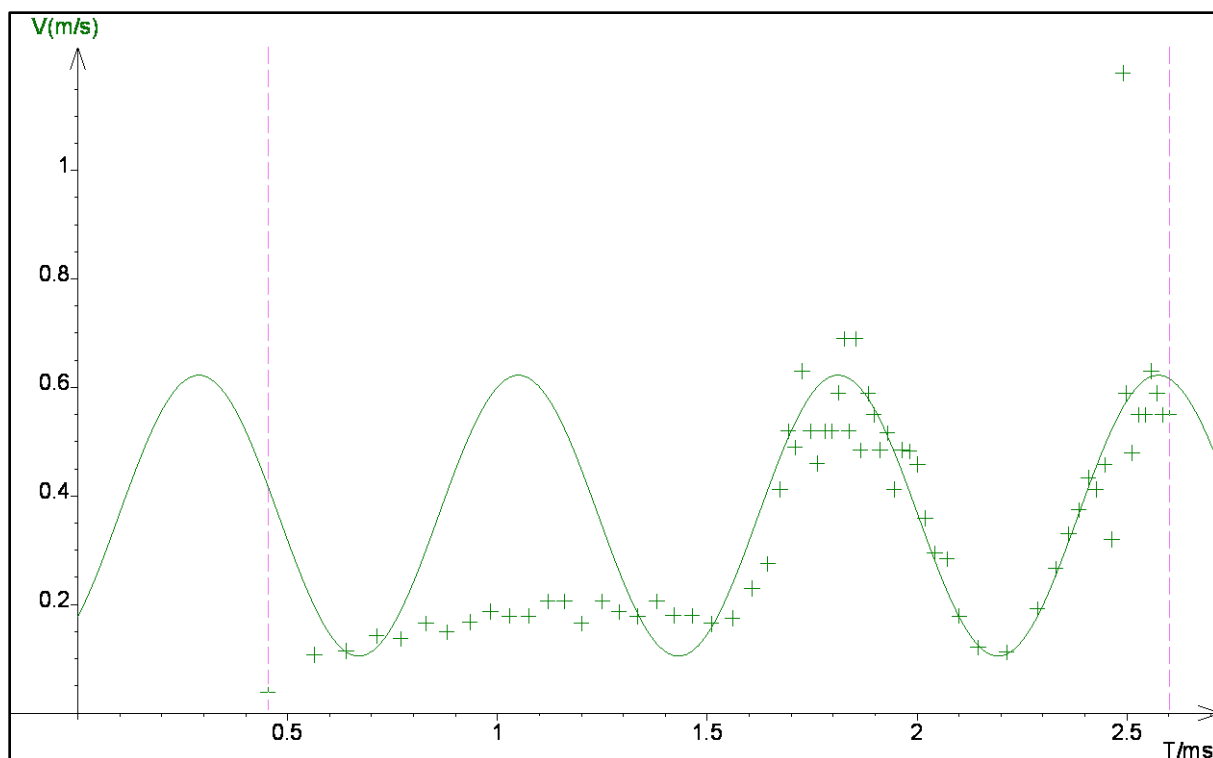
$$\bar{V}_y = \cos \theta \cdot V = V \cos. \omega t$$

Pour $t = 0$ on a $\theta = 0$.

La vitesse radiale est une fonction sinusoïdale

Le récepteur mesure la vitesse selon l'axe xx' donc $V_{\text{mesurée}} = |V_x| = V \sin \omega t$





Le résultat de la vitesse radiale en fonction de l'angle suit en partie un modèle sinusoïdale qui correspond au modèle théorique exploité précédemment.

Exploitation de la courbe

Le réflecteur fait un tour en 1,3 s, la vitesse angulaire est donc de $\omega = \frac{1t}{1,3} = \frac{2\pi}{1,3} \text{ rad.s}^{-1}$ on en déduit la vitesse linéaire $V = R \cdot \omega = 8 \cdot 10^{-2} \times \frac{2\pi}{1,3} = 0,38 \text{ m.s}^{-1}$.

D'après la courbe on en déduit la vitesse maximale $V_{\text{mesurée}} \approx 0,7 \text{ m.s}^{-1}$.

La valeur théorique déduite de la relation Doppler-Fizeau $V_{\text{mesurée}} = 2V$ donc $V = \frac{V_{\text{mesurée}}}{2} = 0,35 \text{ m.s}^{-1}$, ce qui donne une erreur relative de $\frac{|V_{\text{mesurée}} - V|}{V} = 7\%$

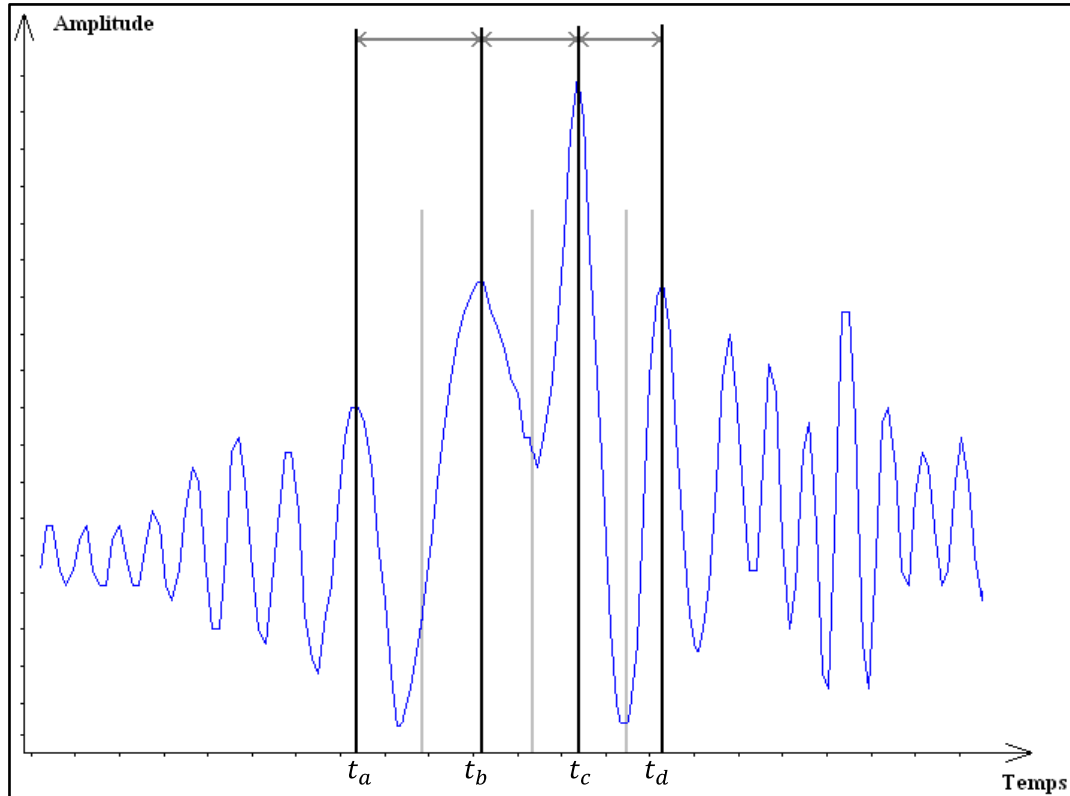
La courbe que nous obtenons représente en partie une courbe sinusoïdale.

Pour obtenir cette courbe, nous avons exploité le signal obtenu par l'interface d'acquisition ORPHY, puis nous avons transféré ces résultats sur Regressi.

Ensuite nous avons calculé le temps séparant chaque sommet du signal par la formule $\Delta t_b = t_b - t_a$ afin d'évaluer la fréquence du signal à l'instant $t_a + \frac{t_b - t_a}{2}$. On calcule ainsi la vitesse du signal par $V = \frac{C}{T \times 2f}$.

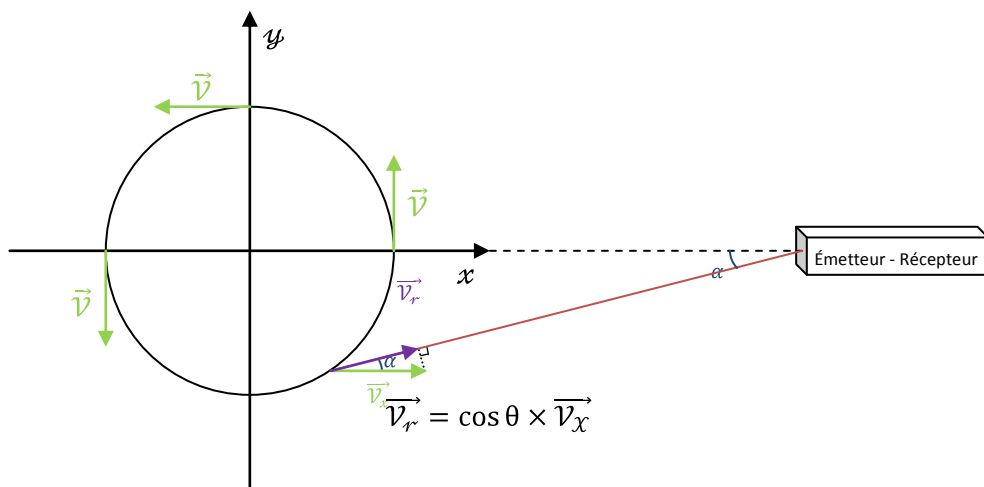
- V la vitesse en m.s^{-1}
- C la célérité des ondes
- T le temps en secondes
- f la fréquence des ultra-sons en Hz

Sur notre courbe, la période est de 1,5s correspondant à deux effets Doppler, l'aller et le retour. Le début de la courbe ne représente pas une sinusoïde, mais nous ne savons pas quelle en est la raison.



b) Vecteur vitesse avec prise en compte de l'angle θ

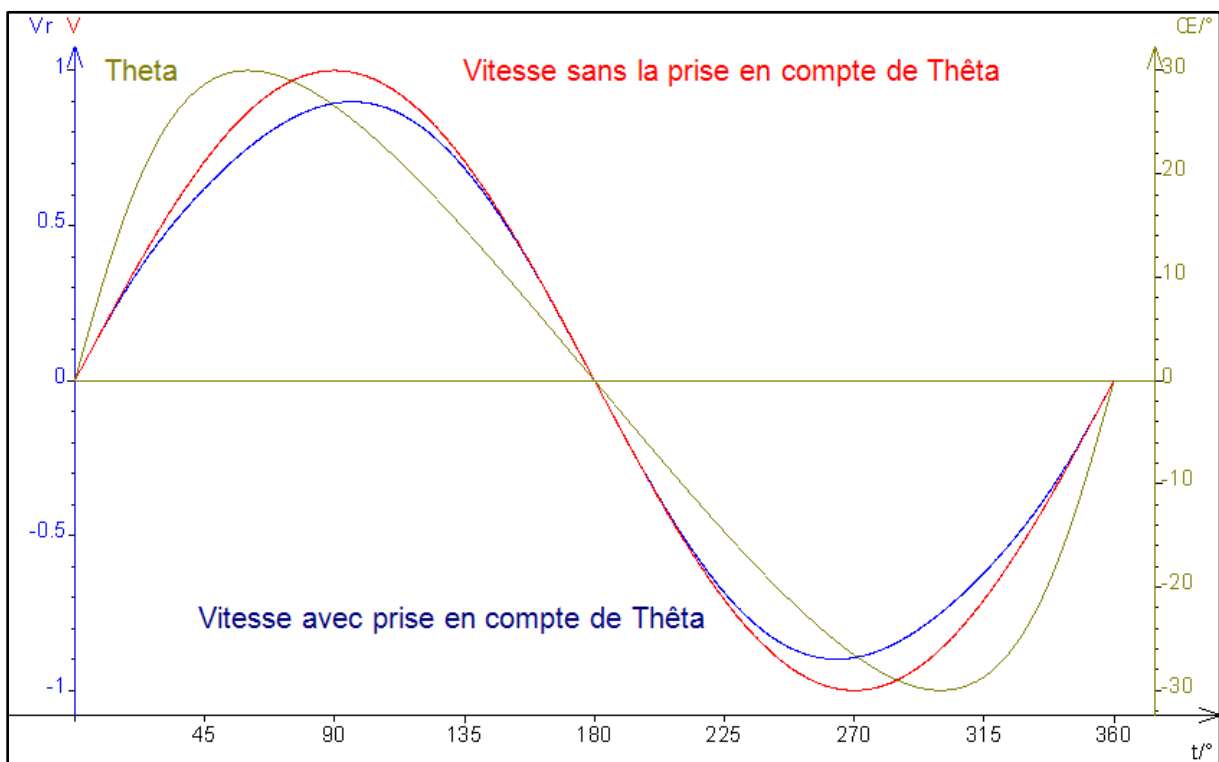
Dans la mesure où la distance entre l'E-R et le centre de rotation n'est pas négligeable devant le rayon du plateau, on souhaite connaître l'influence de l'angle θ sur la valeur de la vitesse radiale.



La distance entre l'Émetteur-Récepteur et le centre du plateau est de 30 cm et le rayon du plateau est de 8 cm. Le faisceau de l'Émetteur-Récepteur est aligné sur l'axe x , or lorsque l'objet à détecter (ici le cylindre ou la sphère) est en rotation sur le plateau et ne se trouve pas toujours exactement sur l'axe x . En effet il existe un angle θ entre le centre du plateau et l'objet qui est non négligeable ici vu le faible rapport $\frac{\text{rayon}}{\text{distance}}$, induisant une erreur au niveau des calculs de vitesse.

$\vec{v}_r$ est la projection de $\vec{v}_x$ sur la droite reliant l'Émetteur-Récepteur et le point de l'objet où l'on mesure la vitesse.

Pour indiquer la vitesse $\vec{v}$ avec plus de précisions, nous utiliserons désormais $\vec{v}_r$ qui le résultat du produit de $\cos \theta$ par $\vec{v}_x$.



Correction de la vitesse en fonction de l'angle θ

C. Exploitation de la Vitesse Radiale

Dans cette partie on modélise la courbe de vitesse radiale d'une binaire à éclipse. On en déduit les caractéristiques du système.

1. La Vitesse radiale

La technique d'exploitation de la vitesse radiale consiste, en partant d'un graphique présentant la phase (en abscisse) et la vitesse radiale (en ordonnée) relatives au système étudié, à obtenir différentes caractéristiques de ce système telles que les masses des différents objets le composant ou la distance séparant ces objets.

La phase représente la décomposition de la période sur une échelle allant de 0 à 1. Une phase équivalant à une période.

En décomposant le vecteur vitesse d'un objet sur un repère formé par la ligne de visée et sa normale et ayant pour origine l'objet, on obtient la vitesse radiale (sur la ligne de visée) et la vitesse tangentielle (sur la normale, ainsi appelée car elle est tangente au cercle dont le diamètre est défini par l'observateur, qui est le centre du cercle, et l'objet).

2. Méthode

La technique utilisée pour l'exploitation est celle de Lehmann-Fihlès, scientifique Allemand renommé qui enseigna les mathématiques et l'astronomie à l'université ainsi qu'à l'académie de guerre.

3. Données

V_r remplace la vitesse radiale.

P représente la phase

i est l'angle incident, angle délimité par la normale au plan de l'orbite de l'étoile et la ligne de visée.

α est le demi-grand axe de l'orbite.

Avec cette méthode d'exploitation, $\sin i \cdot \alpha$ est indissociable.

e : présente l'excentricité de l'orbite. S'il est égal à zéro, l'orbite est circulaire sinon, elle est éclipse.

ω : distance angulaire entre le nœud ascendant et le périastre.

L'indice $\odot$ représente le soleil.

4. Principe d'exploitation (application littéral)

Il faut tout d'abord obtenir la courbe de vitesse radiale de l'étoile étudiée.

Après quoi, nous déterminons la valeur de la vitesse V_0 du centre de gravité en plaçant l'axe $V_r = V_0$ de telle sorte que les aires délimitées par la courbe au-dessus et au-dessous de cet axe aient la même surface, on peut s'aider de la fonction intégrale relative à la courbe V_r .

Ensuite, nous disposons les points A et B qui représentent les vitesses maximales et minimales de l'étoile. Cela permet, en traçant les droites normales à l'axe V_0 et passant par A ou B , de déterminer deux zones dans chaque aire découpée : Z_1 et Z_2 . Z_1 et Z_2 sont égales de part et d'autre de l'axe. (référence : courbe p.23)

Nous déterminons également M_1 et N_1 où M_1 est la différence entre A et V_0 et N_1 celle entre V_0 et B .

Nous pouvons maintenant calculer e grâce à un système :

$$e \cdot \cos \omega = \frac{M_1 - N_1}{M_1 + N_1}$$

$$e \cdot \sin \omega = \frac{2\sqrt{M_1 \cdot N_1}}{M_1 + N_1} \times \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

$$e^2 \cdot \cos^2 \omega = \left(\frac{M_1 - N_1}{M_1 + N_1} \right)^2$$

$$e^2 \cdot \sin^2 \omega = \left(\frac{2\sqrt{M_1 \cdot N_1}}{M_1 + N_1} \times \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2$$

On déduit :

$$e^2 \cdot (\cos^2 \omega + \sin^2 \omega) = \left(\frac{M_1 - N_1}{M_1 + N_1} \right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{M_1 \cdot N_1}}{M_1 + N_1} \times \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2$$

$$e^2 = \left(\frac{M_1 - N_1}{M_1 + N_1} \right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{M_1 \cdot N_1}}{M_1 + N_1} \times \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2$$

$$e = \sqrt{\left(\frac{M_1 - N_1}{M_1 + N_1} \right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{M_1 \cdot N_1}}{M_1 + N_1} \times \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2}$$

On peut ensuite trouver ω ,

Après, la formule : $\alpha \cdot \sin i = 13751 \times K \times P \times \sqrt{1 - e^2}$ permet de déterminer $\alpha \cdot \sin i$

Ensuite, on utilise la fonction masse : $f(M) = \frac{(\alpha \cdot \sin i)^3}{P^2}$

Détermination de la masse d'une étoile à partir de la relation masse - luminosité

L'éclat d'une étoile est défini par sa magnitude qui caractérise l'éclat d'un astre selon une échelle logarithmique. Une différence de magnitude d'une unité correspond à un rapport d'éclat égal à 2,512. Pour une différence de 5 magnitudes, le rapport d'éclat est 100 fois, et ainsi de suite.

Plus la magnitude est petite plus l'éclat de l'astre est important ainsi le soleil a une magnitude de -27 , celle de la pleine lune de -13 , l'étoile la plus brillante du ciel Sirius a une magnitude d'environ de -1 . La magnitude limite de détection à l'œil nu est de 6.

La magnitude visuelle apparente d'une étoile dépend bien sûr de la distance. Plus l'étoile est éloignée plus grande est sa magnitude.

Pour pouvoir comparer l'éclat de 2 étoiles, on définit une magnitude absolue correspondant à la magnitude qu'aurait l'étoile si elle était située à une distance de 10 pc (parsec).

Pour déterminer la magnitude visuelle absolue M_v on utilise la relation:

$$M_v = m_v + 5 - 5 \times \log D(pc)$$

La magnitude dépend de fenêtre spectrale. On définit ainsi la magnitude bolométrique désignant la magnitude d'une étoile en prenant en compte la totalité du spectre électromagnétique (c'est-à-dire du domaine radio aux rayons gamma). Elle s'obtient généralement à partir de la magnitude absolue de l'étoile dans une certaine bande

(généralement la bande visible), et à laquelle on applique la correction bolométrique (BC) que l'on obtient à partir d'une table.

$$M = M_v + BC$$

La luminosité d'une étoile est l'énergie fournie par unité de temps (exprimée en watts) intégrée dans toutes les directions et sur toutes les longueurs d'onde.

On obtient la luminosité de l'étoile par rapport à celle du soleil par :

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 2,512^{(M_{\odot} - M)}$$

L'étude des étoiles doubles a permis d'établir une relation entre la masse et la luminosité des étoiles. Les étoiles les plus massives sont les plus lumineuses

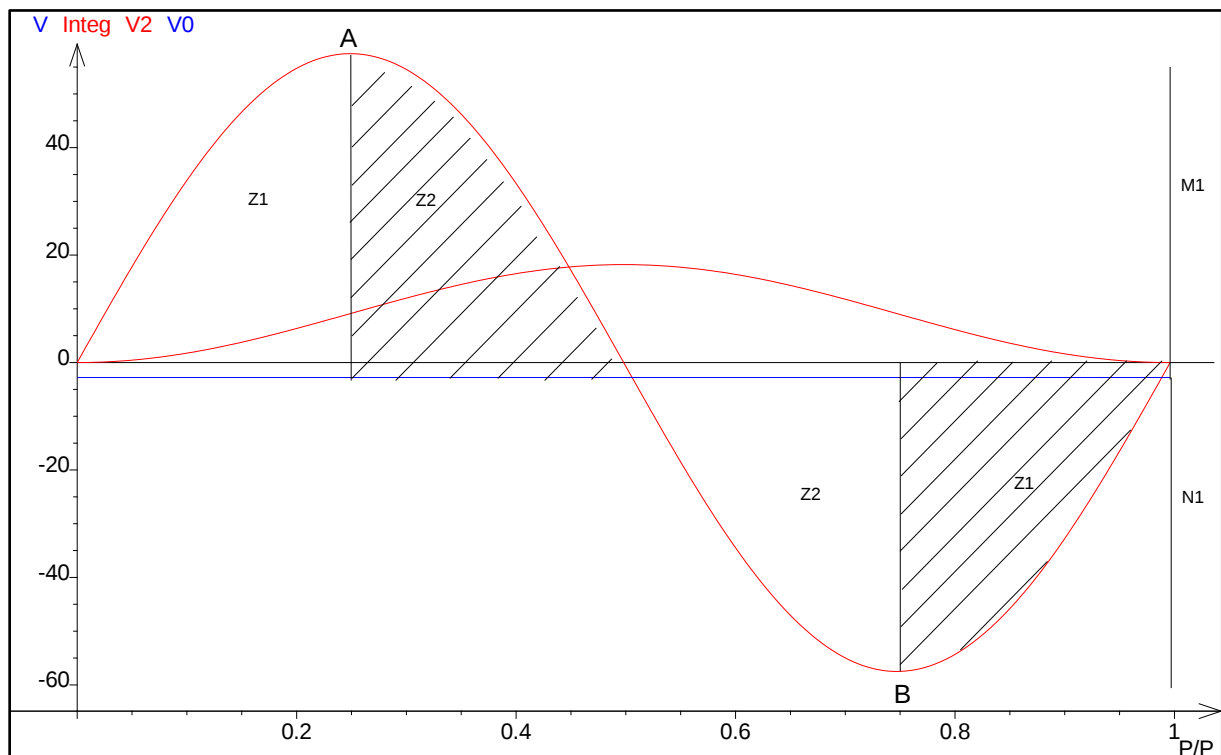
On trouve dans la littérature la relation moyenne suivante :

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{3,45} \Rightarrow \frac{M}{M_{\odot}} = \left(\frac{L}{L_{\odot}}\right)^{\frac{1}{3,45}}$$

5. Application numérique sur 51 Pegasi

a) Modélisation de la courbe et exploitation directe

Il faut tout d'abord obtenir les données de la courbe de vitesse radiale de l'étoile.



Courbe de vitesse radiale de 51 Pegasi

On détermine le modèle de la courbe comme une sinusoïdale. L'équation est de la forme :

$y = a \times \sin(b \times x + c) + d$. Soit a l'amplitude, b la pulsation, c la translation sur l'axe des abscisses et d celle sur l'axe des ordonnées.

$$\begin{aligned} \text{Constantes de l'équation : } a &= 57,5 \\ b &= 361,411 \\ c &= -360 \\ d &= -2,79 \end{aligned}$$

On remarque que b et c ont des valeurs très grandes, ceci est dû au fait que le sinus d'un angle modulo 2π ait le même sinus que l'angle initial.

La courbe nous permet de déterminer directement certains paramètres. Nous pouvons trouver V_0 en utilisant la fonction intégrale relative à V_r et en modifiant V_r de telle sorte que l'intégrale soit égale à 0 sur une période, la courbe obtenue par modification est appelée V_{r2} . Nous obtenons ainsi $V_0 = -2,79 \text{ m.s}^{-1}$

Nous déterminons K , l'amplitude, $K = 5,75.10 - 2 \text{ km.s}^{-1}$ A et B les vitesses minimales et maximales, respectivement égales à $54,70891 \text{ m.s}^{-1}$ et $-60,28891 \text{ m.s}^{-1}$.

Nous calculons M_1 et N_1 . Soit $M_1 = 54,70891 - (-2,79) = 57,49891$ et $N_1 = -60,28891 - (-2,79) = -57,49891$. Et également Z_1 et Z_2 grâce à l'intégrale de V_{r2} , nous trouvons $Z_1 = 9,1$ et $Z_2 = 9,1$.

b) Calcul des caractéristiques du système

$$e = \sqrt{\left(\frac{57,5 - 57,5}{115}\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{57,5^2}}{115} \times \frac{9,1 - 9,1}{18,2}\right)^2} = 0$$

L'excentricité est nulle, l'orbite est donc circulaire. e étant égal à zéro nous ne pouvons par conséquent pas calculer ω .

Nous calculons maintenant $a \times \sin i$ qui est la valeur minimale du demi-grand axe de l'orbite avec la formule $a \times \sin i = 13\,751 \times K \times P$ avec P la période = 4.23077 jours

Nous obtenons : $a \times \sin i = 3345,2 \text{ km}$

Il nous faut maintenant établir la fonction de masse grâce à l'expression $f(M) = \frac{a \times \sin i^3}{p^2}$

Avec $a \times \sin i$ en Unités Astronomiques et P en années.

$$f(M) = \frac{(2.236.10^{-5})^3}{(1.158.10^{-2})^2} = 8,337.10^{-11} \text{ M}_\odot$$

c) Détermination de la masse de 51 Pegasi

Les données de départ sont la magnitude visuelle et la distance et la température effective déterminée à partir du type spectral :

$m_v = 5,49$; $D = 14,7 \text{ pc}$; type spectral : G2 IV ; $T_{eff} = 5800 \text{ K}$

Calcul de la magnitude absolue : $M_v = 5,49 + 5 - 5 \times \log(14,7) = 4,65$

Pour une température effective de $T_{eff} = 5800 \text{ K}$ $BC = -0,05$ d'où la magnitude bolométrique $M = 4,65 + 0,05 = 4,7$

Le calcul de la luminosité, $\frac{L}{L_{\odot}} = 2,512^{4,75-4,7} = 1,05$ permet de déterminer la masse de l'étoile $M = 1,01 M_{\odot}$

d) Calcul de la masse de la planète

Nous déterminons enfin la masse de la planète par la relation :

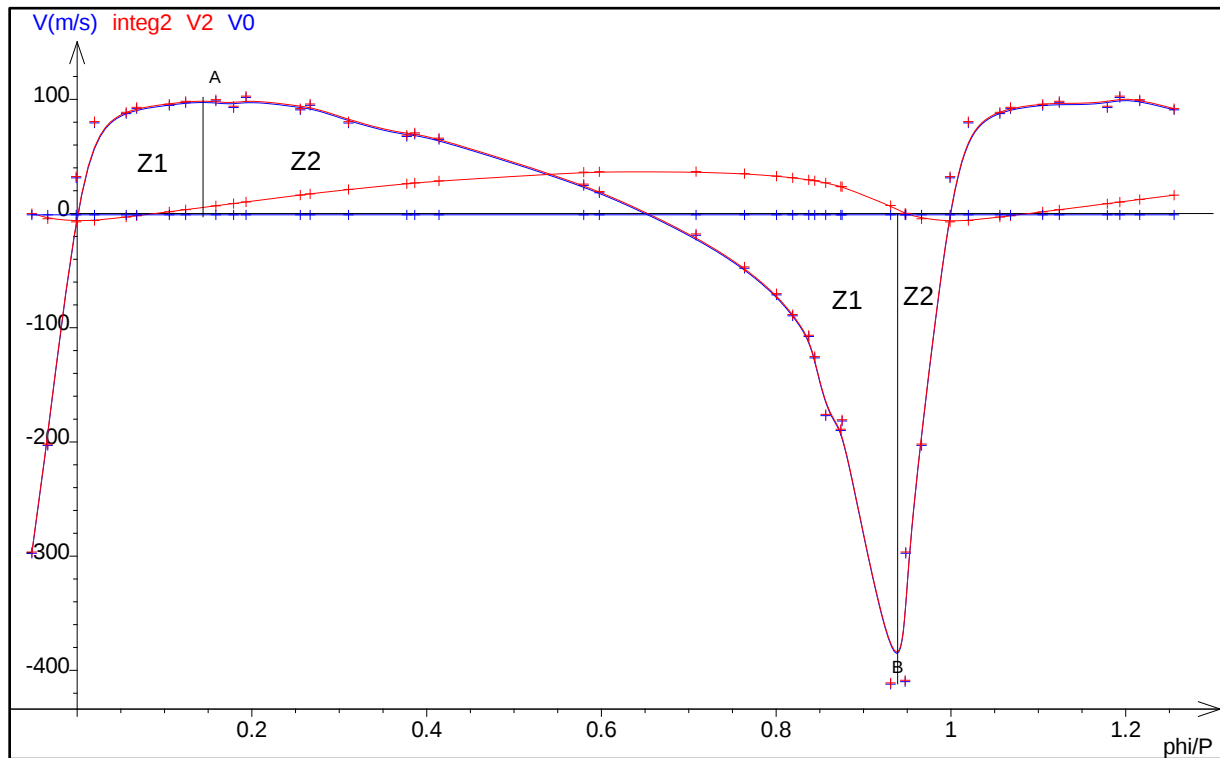
$$M_1 \times \sin i = 3 \sqrt{f(M) \cdot M^2}$$

Nous avons ainsi une masse minimale de la planète car elle dépend d'un sinus, $M_1 = 0,48 M_{Jup}$. La masse trouvée par les scientifiques est de $0,47 M_{Jup}$.

6. Application numérique sur HD 37605

Le protocole d'exploitation est le même que dans l'application précédente

a) Modélisation de la courbe et exploitation directe



Courbe de vitesse radiale de HD 37605

Nous ne sommes pas parvenus à déterminer un modèle de la courbe, nous travaillons donc directement sur la courbe non travaillée obtenue définie par les points.

b) Paramètres exploités sur la courbe :

Nous déterminons V_0 grâce à la fonction intégrale relative à V_r , nous avons $V_0 = -1,17 \text{ m.s}^{-1}$.

Nous pouvons trouver K , l'amplitude, $= 257 \text{ m.s}^{-1}$ et également A , la vitesse maximale, et B , la vitesse minimale, respectivement égales à $101,7 \text{ m.s}^{-1}$ et à $-412,1 \text{ m.s}^{-1}$.

Nous calculons maintenant M_1 et N_1 . Soit $M_1 = A - V_0$ et $N_1 = V_0 - B$. Nous obtenons $M_1 = 102,87$ et $N_1 = 410,93$.

Enfin, à l'aide de l'intégrale de V_{r2} , nous déterminons $Z_1 = 11,7$ et $Z_2 = 31,08$.

Données obtenues par calcul :

Tout d'abord, nous déterminons l'excentricité e . Nous obtenons : $e = 0,72$

Après, nous déterminons ω grâce à e précédemment calculé $\omega = 146,14$.

L'écart avec les données scientifiques est sûrement dû au fait que $\cos \omega$ que nous trouvons dans notre formule est différent du vrai à $-0,02$ près.

Nous calculons maintenant $a \times \sin i$. Nous trouvons $a \times \sin i = 133 \cdot 10^3 \text{ km}$

Nous pouvons ensuite déterminer la fonction de masse. $f(M) = 3,22 \cdot 10^{-8}$

c) Détermination de la masse de HD 37605

Un calcul similaire nous donne la masse de HD 37605 à partir des données suivantes :

$$D = 42,9 \text{ pc}$$

$$m_p = 8,69$$

$$\text{type spectral K0V} : T_{eff} = 4500$$

Magnitude absolue bolométrique ($BC = -0,15$) est de 5,7 ce qui nous donne comme luminosité $L = 0,41 L_\odot$ et donc une masse M de $0,77 M_\odot$

d) Calcul de la masse de HD 37605b

Enfin, nous pouvons calculer la masse de la planète de HD 37605. Nous trouvons $M_{HD\ 37605b} = 2,8 M_{Jup}$. Les scientifiques ont trouvé une masse de 2,84.

IV. Conclusion

Pour en finir, nous souhaitons dire que faire ce projet fut particulièrement intéressant à tout point de vue. Il nous a apporté plein de chose, d'une part, au point de vue humain, un groupe collectif et soudé s'est mis en place et l'on a pu aborder un rapport élève professeur très agréable. D'ailleurs nous en profitons pour faire nos remerciement à Mr Martin, notre professeur de Physique-Chimie, qui nous a encadré et guidé à tout moment. D'autre part, d'un point de vue instructif: nous avons abordé la physique d'un angle différent et nous pouvons dire aussi que nous avons appris de nombreuses choses.

Malgré tout cela des améliorations aurait pu être apportées :

- + Travailler sur de plus grandes échelles pour des résultats expérimentaux plus précis.
- + Un matériel plus performant, un émetteur-récepteur plus puissant.
- + Plage d'acquisition plus importante pour l'interface ordinateur.

V. À Propos

A. Liste du matériel

- + Multiplieur
- + Resistance $1k\Omega$ et 220Ω
- + Condensateur $1\mu F$
- + Ampli-opérationnel
- + Oscilloscope numérique
- + Alimentation symétrique 15V
- + Émetteur-récepteur US
- + Interface d'acquisition (Orphy GTS) + module de raccordement
- + Maquette + sphères en aluminium
- + +/- 25 fils

B. Sources

- + Wikipedia
- + « Planètes extrasolaires » de Fabienne CASOLI et Thérèse ENCRENAZ. Edition Belin pour la science.
- + « The First Hot Planet : A Companion To HD 37605 » de William D. Cochran, Michael Endl, Barbara Mc Arthur.